SIMPLEKS METODA U FUNKCIJI KVALITETA

SIMPLEX METHOD WITHIN FUNCTION OF QUALITY

Zaimović Vahid, dipl.ing.elt
Elektroprivreda B&H Sarajevo,
TE "KAKANJ" Kakanj
v.zaimovic@elektroprivreda.ba

Prof. dr Kemal Subašić, dipl.mat.
Univerzitet u Zenici
Fakultet za metalurgiju i materijale
Zenica

REZIME
Problem linearnog programiranja se definiše kao problem nalaženja optimuma (maksimuma ili minimuma) date funkcije cilja uz zadata ograničenja.
Kvalitet kao stepen do koga skup pripadajućih karakteristika ispunjava zahtjeve može se posmatrati kao funkcija cilja.
Funkcija cilja se prikazuje linearnom funkcijom za koju se traži optimum (maksimum ili minimum).
Zahtjevi kao izražena potreba ili očekivanje , opšte podrazumjevano ili obavezujuće su ograničenja optimizirajuće funkcije cilja.
Zahtjevi se prikazuje sistemom linearnih funkcija (jednačina i/ili nejednačina).
U radu se pomoću simpleks metode izračunava optimum kvaliteta za proces odlučivanja.
Ključne riječi: simpleks metoda, kvalitet, linearno programiranje, funkcija cilja, odluka

ABSTRACT
The problem of linear programming is defined as the problem of finding the optimum (maximum or minimum) of the set aim function with assigned limitations.
The quality as the level to which a group of accompanying caracteristics fulfills the requests may be observed as the aim function.
The aim function is shown as a linear function for which the optimum (maximum or minimum) is being searched.
The requests as expressed needs or expectations considered generally or bindingly are the limitations to the optimizing aim function.
The requests are presented by a system of linear functions (equations and/or non equations).
The quality optimum for the process of resolving is being calculated within the paper by using the simplex method.
Key words: simplex method, quality, linear programming, aim function, decision

1. UVOD

Simpleks metodu (Simplex method) je izradio američki matematičar George Bernard Dantzig 1947. godine (*George Bernard Dantzig*; 8. novembra 1914. — 13 maja 2005.). Simpleks

metoda je temeljena na njegovom radu u statističkom odjelu US Air Force za rješavanje problema planiranja rasporeda dužnosti pilota. [1]
Dantzig je svojim fundamentalnim radom "Maksimiziranje linearne forme podvrgnute ograničenjima u vidu sistema linearnih jednačina (nejednačina)" postavio osnove savremenog programiranja.
Linearno programiranje se može posmatrati kao dio cjelokupnog napretka prošlog stoljeća, koje je omogućilo nauci rješavanje složenih problema za donošenje odluka i ispunjenju ciljeva u praktičnim situacijama.
Razvojem informatičke tehnologije izrađuju se razni informatički programi za primjenu simpleks metode, npr:
Tablični simpleks metod –(Табличный симплекс метод) [2],
Matematika (Mathematica) je sofverski sistem koji oblikuje potpuno integriranu radnu okolinu za računanje i komunikaciju [3],
LINGO je komercijalni program iz LINDO sistema za linearne i nelinearne programe [4].

2. PROCES ODLUČIVANJA

Odlučivanje je proces stvaranja odluke. Odluka je odabrana akcija koja zadovoljava prethodno postavljena očekivanja.
Menadžment je nauka i praksa upravljanja organizacijom i proces donošenja upravljačkih odluka.
«Menadžment je nezavisan od vlasništva, položaja i moći. Menadžment je profesionalan, to je funkcija, disciplina i zadatak koji treba uraditi, a menadžeri su profesionalci koji menadžment sprovode u praksi (Peter Drucker). [5]
Prema cilju upravljanja razlikujemo predikativne modele, modele evaluacije i modele optimalizacije.
Predikativni modeli predviđaju buduće ponašanje sistema u smislu efekata.
Modeli evaluacije kao ulaz imaju izlaz iz predikativnih modela koje međusobno upoređujemo, vrednujemo i rangiramo.
Modeli optimalizacije predstavljaju kombinaciju predikativnih modela i modela evaluacije i to za one upravljačke probleme koji imaju specifičnu strukturu i kod kojih je kriterij evaluacije unaprijed zadan u obliku nalaženja optimalnog rješenja. Zadaci tog tipa nastaju u situacijama kada je raspoloživa ograničenja potrebno upotrijebiti na način da se optimizira utvrđeni pokazatelj upravljanja (funkcija cilja kvaliteta).
Odluke i načini njihovih pripremanja mogu se klasificirati i grupirati na nekoliko načina:

- deterministički (algoritam daje potpuno određeni rezultat),
- stohastički (rezultat koji se dobiva ima određenu vjerovatnoću),
- strategijski (na donošenje odluke pored vlastitih promjennjivih veličina utječu promjenljive veličine koje ovise, u najširem smislu od okruženja),
- statistički (odluke koje se zasnivaju na rješavanju zadataka u koje ulaze kao procjenjene veličine),

Odluke možemo podijeliti i na strateške, taktičke i operativne.
Kod načina odlučivanja razlikujemo, intuitivno odlučivanje (neprogramirano) i programirano odlučivanje.
Intuitivno odlučivanje je takvo donošenje odluka koje se zasniva na ličnom znanju i prethodnom iskustvu menadžera.
Programirano odlučivanje podrazumijeva odlučivanje prema unaprijed utvrđenim pravilima i procedurama.

3. SIMPLEKS METODA

U postupku optimalizacije traži se minimum (maksimum) funkcije *z*.
Funkcija *z* se zove funkcija cilja ili funkcija kriterijuma ili linearna forma. [6]

$$[\max]\ z = \sum_{j=1}^{k} c_j x_j, \qquad x_j \geq 0 \quad j=1,2,,....,k$$

x_j - nezavisne varijable ili argumenti funkcije *z* zadovoljavaju određene uslove.
Ograničenja mogu biti data u obliku jednačina i kombinovano jednačina i/ili nejednačina.
Zahtjevi se prikazuju jednim sistemom linearnih jednačina i/ili nejednačina.

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij} x_j \leq a_{io}, \qquad x_j \geq 0 \quad i=1,2,....,m \quad j=1,2,....,k$$

Predstavljeni matematički model za određivanje maksimuma (minimuma) funkcije cilja naziva se standardni oblik linearnog programiranja.
Primjena simplex metode dovodi do uvođenja novih varijabli (slack variables) čije vrijednosti također moraju biti pozitivne ili jednake nuli. Te varijable pretvaraju nejednakosti u jednakosti. Dobijeni oblik problema linearnog programiranja naziva se kanonski oblik.

$$\sum_{j=1}^{k+m} a_{ij} x_j = a_{i0} \qquad i=1,2,,....,m \qquad j=1,2,,....,k,\ k+1,....,k+m$$

Zadatak se svodi na nalaženje nenegativnog vektora **X** za koji će funkcija cilja z=**CX** imati maksimalnu (minimalnu) vrijednost uz ograničenje **AX=A₀.**

A **X** = $\mathbf{A_0}$

k	m
$a_{mk} x_k$ A_j VAN BAZE L. zavisni	$a_{mk+m} x_{k+m}$ A_i BAZA L. nezavisni

m

Broj jednačina ograničenja iznosi m
Broj varijabli iznosi n=k+m
k-broj varijabli u nejednačinama ograničenja
m-broj izravnavajućih varijabli

Tabela 1.

Algoritam kod rješavanja standardnog oblika linearnog programa simpleks metodom je:
1. Odrediti početno bazično rješenje
   -Varijable funkcije cilja su nula
   -Nenegativne varijable su dopunske varijable
2. Odrediti jedan od vektora $\mathbf{A_j}$ koji će ući u bazu-Izračunamo z_j
   -Kriterij je [max. $(z_j - c_j)$] <0
3. Odrediti jedan od vektora A_i koji će napustiti vektorsku bazu

$$\theta = \min \frac{x_i}{x_{ij}} > 0 \qquad \text{za } \theta > 0 \qquad x_{ij} > 0$$

4. Izračunati nove koordinate vektora **X**

-Za vektor koji je ušao u bazu θ
-Za vektore koji su ostali u bazi $x_i - \theta \mathbf{x_{ij}}$
5. Izračunajmo nove koeficijente $\mathbf{x'_{ij}}$ linearno zavisnih vektora
$x_{ij}' = A_i^{-1} \mathbf{A_j}$
6. Izračunamo z'_j

$$\mathbf{z_j'} = \sum_{i=k+1}^{k+m} \mathbf{x_{ij}' c_i}$$

7. Izračunati $(z'_j - c_j)$
8. Izračunati novu vrijednost funkcije cilja
$z' = z_0 - \theta(z_j - c_j)$ ili $z' = z_0 + \theta(c_j - z_j)$
9. Provjeriti čitav proračun na taj način da se nove vrijednosti varijabli x'_i uvrste u jednačine ograničenja i provjeri jednakost
10. Polazeći od novog bazičnog rješenja ponavljati isti proces sve dok svi $(z_j - c_j)$ postanu pozitivni tj. $(z_j - c_j) > 0$ jer tada ne postoji ni jedan vektor $\mathbf{A_j}$ čiji bi ulazak u vektorsku bazu povećao vrijednost funkcije cilja

Navedeni algoritam se primjenjuje i na istraživanja minimuma ako izvršimo transformiranje istraživanja minimuma na istraživnje maksimuma (ukoliko to postavljeni problem dozvoljava).
Nejednačine ograničenja za istraživanja mnimima se transformišu u nejednačine ograničenja za istraživanja maksimuma, a umjesto funkcije cilja,

$$[\min]\ z = \sum_{j=1}^{k} c_j x_j \qquad x_{j \geq 0} \quad j=1,2,,.....,k$$

tražimo,

$$[\max]\ z = -\sum_{j=1}^{k} c_j x_j \qquad x_{j \geq 0} \quad j=1,2,,.....,k$$

Simpleks tabela predstavlja tabelaran način prikazivanja problema linearnog programiranja, koji je prilagođen za potrebe rješavanja ovih problema korišćenjem simpleks metoda.

4. DEFINISANJE ZAHTJEVA, FUNKCIJE CILJA KVALITETA I OGRANIČENJA

Tipične su sljedeće vrste ograničenja:

- Ekonomska (npr. granice potraživanja, troškovi, dohodak, dobit),
- Tehnološka (npr. tehnički kapacitet, tehnološki proces, tokovi fluida),
- Resursna (npr.zalihe, sredstava, raspoloživost sirovina, materije, kadrovi),
- Ekološka (npr. zagađivanje okoline, moć apsorpcije prirodnih sistema).

Ograničenja i indikatori kvaliteta odnosno zahtjevi su međusobno zavisni.
Indikatori kvaliteta mogu zahtijevati u odnosu na ograničenja: strukturu, proces, sigurnost, stanje, alokaciju, investicije, proizvodnju, raspodjelu i dr.
Postavimo model za primjenu simpleks metode u funkciji kvaliteta.
Imamo S_k sistema sa I_m indikatora kvaliteta i m ograničenja.

Izračunajmo maksimalni kvalitet, kao stepen do koga skup pripadajućih karakteristika ispunjava zahtjeve, kao funkciju cilja kvaliteta *z*. Uzmimo opći primjer prema tabeli 2.

Tabela 2.

Zahtjevi	S_1	S_2	...	S_k	Ograničenja (jedinica mjere)
Indikator kvaliteta I_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1k}	Ograničenje 1
Indikator kvaliteta I_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2k}	Ograničenje 2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Indikator kvaliteta I_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mk}	Ograničenje m
Jedinica za kvalitet / jedinici sistema	c_1	c_2	...	c_k	

$c_1, c_2, ..., c_k$ koeficijenti funkcije cilja *z*, a_{ij} -koeficijenti funkcija ograničenja
$x_1, x_2, ..., x_k$ argumenti funkcije cilja *z*, $i=1,2,,.....,m$ $j=1,2,,.....,k$

Posmatrajmo konkretan primjer prema tabeli 3. i pomoću programa [2] (Табличный симплекс метод) izračunajmo optimalni kvalitet za proces odlučivanja.

Tabela 3.

Indikatori kvaliteta	Sistem S_1	Sistem S_2	Sistem S_3	Ograničenja (jedinica mjere)
Indikator kvaliteta I_1	5	1	2	2400
Indikator kvaliteta I_2	4.5	3	2,2	3000
Indikator kvaliteta I_3	1.5	4	3	2700
Indikator kvaliteta I_4	3	2,5	5	3600
Jedinica za kvalitet / jedinici sistema	14	7	10	

Traži se optimalno rješenje pod uslovom da se postigne maksimalan iznos funkcije cilja kvaliteta *z*.
Optimalno rješenje glasi:
$z=14x_1+7x_2+10x_3$ (jedinica za kvalitet)
$z=9713.67$ (jedinica za kvalitet)

Simpleks metoda omogućava da se iskažu i sljedeči rezultati,
Broj jedinica sistema S_1-----------------------$x_1=252.63$ (jedinica sistema)
Broj jedinica sistema S_2 ----------------------$x_2=246.31$ (jedinica sistema)
Broj jedinica sistema S_3 ----------------------$x_3=445.27$ (jedinica sistema)

Iskorištenje raspoloživih ograničenja su za,
Indikator kvaliteta I_1-------2400 (jed. za ograničenja) ili 100 % $x_4=0$
Indikator kvaliteta I_2-------2856.31 (jed. za ograničenja) ili 92.5 % $x_5=143.88$
Za indikator kvaliteta I_2 neiskorišteno raspoloživo ograničenje je $x_5=143.88$ (jed. za ograničenje)
Indikator I_3-------2700 (jed. za ograničenja) ili 100 % $x_6=0$
Indikator I_4-------3600 (jed. za ograničenja) ili 100 % $x_7=0$

5. ZAKLJUČAK

Neprofesionalni menadžeri donose intuitivne odluke. Profesionalni menadžeri donose odluke na osnovu analize i prikupljanja podataka prema utvrđenim pravilima i procedurama.
Mjera kvaliteta odluke je stepen postignute realizacije funkcije cilja kvaliteta z izračunate simpleks metodom.
Mjera nekvaliteta (suboptimizacije) odluke je razlika između izračunate vrijednosti funkcije cilja kvaliteta z i realizirane vrijednosti funkcije cilja kvaliteta z.
Izračunata funkcija cilja kvaliteta z je očekivanje prikazano matematičkim putem, a realizacija funkcije cilja kvaliteta z se kvantificira što upoređujući izračunato i kvantificirano nije ništa drugo nego mjera postignutog kvaliteta u odnosu na izračunati maksimalni kvalitet.

6. REFERENCE

[1] htpp//ru.wikepedija.org, Данциг, Джордж, Материал из Википедии — свободной энциклопедии
[2] Табличный симплекс метод, http://www.dep805.ru/cgi-bin/simplex/sim_init.cgi, Кафедра "Математическая кибернетика" Московского государственного авиационного института (Технического университета)
[3] MATHEMATICA, http://www.zpr.fer.hr/predmeti/pnp/Nastavni%20materijali/01-UvodUNumerickeMetode.pdf, Posebno izdanje Osnove programiranja u programskom paketu Mathematica, ESMIR PILAV
[4] www.lindo.com/downloads/LINGO_text/Chapter1.pdf
[5] www.fpm.cg.yu/Prezent/FPM,%20Deo%203.doc
[6] Prof.dr.Kemal Subašić: " , MATEMATIČKO MODELIRANJE INŽINJERSKIH SISTEMA I PROCESA ". Zenica, januara 2002.